# NEKE JEDNAČINE KOJE SE SVODE NA KVADRATNE

## 1) Bikvadratna jednačina

To je jednačina oblika: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ Uvodimo smenu $x^2 = t$, dobijamo jednačinu $at^2 + bt + c = 0$, nadjemo $t_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ i vratimo se u smenu:

$$x^2 = t_1 \quad \text{i} \quad x^2 = t_2$$
$$x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1} \quad \text{i} \quad x_{3,4} = \pm\sqrt{t_2}$$

Primer1: $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Rightarrow \text{ smena } \; x^2 = t$$
$$t^4 - 4t^2 + 3 = 0$$

$$a = 1$$
$$b = -4$$
$$c = 3$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$
$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$
$$t_1 = \frac{4+2}{2} = 3$$
$$t_2 = \frac{4-2}{2} = 1$$

Vratimo se u smenu:

$$x^2 = t_1 \qquad\qquad x^2 = t_2$$
$$x^2 = 3 \qquad \text{i} \qquad x^2 = 1$$
$$x_{1,2} = \pm\sqrt{3} \qquad\qquad x_{3,4} = \pm\sqrt{1}$$
$$x_1 = +\sqrt{3} \qquad\qquad x_3 = +1$$
$$x_2 = -\sqrt{3} \qquad\qquad x_4 = -1$$

<u>Primer 2:</u> $(4x^2-5)^2+(x^2+5)^2=2(8x^4-83)$

$$(4x^2-5)^2+(x^2+5)^2=2(8x^4-83)$$
$$16x^4-40x^2+25+x^4+10x^2+25=16x^4-166$$
$$x^4-30x^2+50+166=0$$
$$x^4-30x^2+216=0 \rightarrow \text{ Bikvadratna, smena: } x^2=t$$
$$t^2+30t+216=0$$

$$a=1$$
$$b=-30$$
$$c=216$$

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{30\pm\sqrt{900-864}}{2}$$
$$t_{1,2}=\frac{30\pm 6}{2}$$
$$t_1=\frac{36}{2}=18$$
$$t_2=\frac{24}{2}=12$$

Vratimo se u smenu:

$$x^2=18 \qquad x^2=12$$
$$x_{1,2}=\pm\sqrt{18} \qquad x_{3,4}=\pm\sqrt{12}$$
$$x_{1,2}=\pm 3\sqrt{2} \qquad x_{3,4}=\pm 2\sqrt{2}$$
$$x_1=+3\sqrt{2} \qquad x_3=+2\sqrt{2}$$
$$x_2=-3\sqrt{2} \qquad x_4=-2\sqrt{2}$$

<u>Primer 3:</u>

$$(x^2-2x)^2-2(x^2-2x)=3$$

Ovo liči na bikvadratnu jednačinu, ali je mnogo bolje uzeti smenu: $x^2-2x=t$

$$x^2-2x=t$$
$$t^2-2t=3$$
$$t^2-2t-3=0 \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{array}$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$
$$t_1 = 3$$
$$t_2 = -1$$

Vratimo se sada u smenu:

$$x^2 - 2x = t_1 \qquad\qquad x^2 - 2x = t_2$$
$$x^2 - 2x = 3 \qquad\qquad x^2 - 2x = -1$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0 \qquad\qquad x^2 - 2x + 1 = 0$$

Sada rešavamo dve nove kvadratne jednačine po x.

$$a = 1 \qquad x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \qquad a = 1 \qquad x_{3,4} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2}$$
$$b = -2 \qquad x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} \qquad b = -2 \qquad x_{3,4} = \frac{2 \pm 0}{2}$$
$$c = -3 \qquad x_1 = 3 \qquad c = 1 \qquad x_3 = 1$$
$$x_2 = -1 \qquad\qquad x_4 = 1$$

Dakle, rešenja su: $\{3, -1, 1, 1\}$

<u>Primer 4:</u> $x(x+1)(x+2)(x+3) = 0{,}5625$

Ovo baš i ne liči na bikvadratnu jednačunu, a ne ‘’vidi se’’ da ima neka pametna smena.
Ako sve pomnožimo tek tad smo u problemu!!!
Probajmo da pomnožimo prva dva, i druga dva, da vidimo šta će da ispadne…

$$(x^2 + x)(x^2 + 3x + 2x + 6) = 0{,}5625$$
$$(x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) = 0{,}5625 \rightarrow \text{ Neće!!!}$$

Probajmo onda prvi i četvrti, a drugi i treći!!!

$$x(x+1)(x+2)(x+3) = 0{,}5625$$

$$(x^2+3x)(x^2+2x+1x+2)=0{,}5625$$
$$(x^2+3x)(x^2+3x+2)=0{,}5625$$

E, ovo je već bolje $\Rightarrow$ Smena: $x^2+3x=t$

$$t\cdot(t+2)=0{,}5625$$
$$t^2+2t-0{,}5625=0$$
$$t_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+2{,}25}}{2}=\frac{-2\pm 2{,}5}{2}$$
$$t_1=+0{,}25$$
$$t_2=-2{,}25$$

Vratimo se u smenu:

$$x^2+3x=+0{,}25$$
$$x^2+3x-0{,}25=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+1}}{2}$$
$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{10}}{2}$$
$$x_1=\frac{-3+\sqrt{10}}{2}$$
$$x_2=\frac{-3-\sqrt{10}}{2}$$

$$x^2+3x=+2{,}25$$
$$x^2+3x-2{,}25=0$$
$$x_{3,4}=\frac{-3\pm\sqrt{9-9}}{2}$$
$$x_{3,4}=\frac{-3\pm\sqrt{0}}{2}$$
$$x_3=x_4=-\frac{3}{2}$$

**5)** $\dfrac{x^2+x-5}{x}+\dfrac{3x}{x^2+x-5}+4=0$

$$\frac{x^2+x-5}{x}+\frac{3x}{x^2+x-5}+4=0$$
$$\frac{x^2+x-5}{x}+3\cdot\frac{x}{x^2+x-5}+4=0$$

Ovde je zgodno uzeti smenu $\dfrac{x^2+x-5}{x}=t$, jer je onda $\dfrac{x}{x^2+x-5}=\dfrac{1}{t}$

$$t+3\cdot\frac{1}{t}+4=0\,/\cdot t$$
$$t^2+3+4t=0$$
$$t^2+4t+3=0$$

$$t_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{-4\pm 2}{2}$$
$$t_1=-1$$
$$t_2=-3$$

Vratimo se u smenu:

$$\frac{x^2+x-5}{x}=-1$$
$$x^2+x-5=-x$$
$$x^2+x-5+x=0$$
$$x^2+2x-5=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+20}}{2}$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{24}}{2}$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 2\sqrt{6}}{2}$$
$$x_{1,2}=\frac{2\left(-1\pm\sqrt{6}\right)}{2}$$
$$x_1=-1+\sqrt{6}$$
$$x_2=-1-\sqrt{6}$$

ili

$$\frac{x^2+x-5}{x}=-3$$
$$x^2+x-5=-3x$$
$$x^2+x-5+3x=0$$
$$x^2+4x-5=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16+20}}{2}$$
$$x_{1,2}=\frac{-4\pm 6}{2}$$
$$x_3=1$$
$$x_4=-5$$

$\left\{-1+\sqrt{6},-1-\sqrt{6},1,-5\right\}$ su rešenja.

## <u>**Binomne jednačine**</u>

To su jednačine oblika:

$$Ax^n\pm B=0$$

gde su $A>0$ i $B>0$

Najpre pokušamo da datu jednačinu rastavimo na činioce upotrebom poznatih formula, pa koristimo $M\cdot N=0\Leftrightarrow M=0$ v $N=0$

Uvek ovu jednačinu možemo rešiti smenom $x=y\sqrt[n]{\frac{B}{A}}$, koja binomnu jednačinu svede na oblik $y^n\pm 1=0$

**Primer 1** $8x^3 - 27 = 0$

$$8x^3 - 27 = 0$$
$$(2x)^3 - 3^3 = 0$$

**Pazi:** Pogrešno je Jer se ''gube'' rešenja!!!

$$8x^3 = 27$$
$$x^3 = \frac{27}{8}$$
$$x = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$
$$x = \frac{3}{2}$$

Upotrebićemo formulu

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$
$$(2x - 3)((2x)^2 + 2x \cdot 3 + 3^2) = 0$$
$$(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) = 0 \Rightarrow \text{ odavde je:}$$

$$2x - 3 = 0$$
$$2x = 3$$
$$x_1 = \frac{3}{2}$$

ili

$$4x^2 + 6x + 9 = 0$$
$$x_{2,3} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 144}}{8}$$
$$x_{2,3} = \frac{-6 \pm \sqrt{-108}}{8} = \frac{-6 \pm 6\sqrt{3} - i}{8}$$
$$x_2 = \frac{-6 + 6\sqrt{3} - i}{8}$$
$$x_3 = \frac{-6 - 6\sqrt{3} - i}{8}$$

$$x_2 = \frac{-6 + 6\sqrt{3}i}{8} = \frac{2(-3 + 3\sqrt{3}i)}{8} = \frac{-3 + 3\sqrt{3}i}{4}$$
$$x_3 = \frac{-6 - 6\sqrt{3}i}{8} = \frac{2(-3 - 3\sqrt{3}i)}{8} = \frac{-3 - 3\sqrt{3}i}{4}$$

**PAZI:** $\sqrt{-108} = \sqrt{108} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{36 \cdot 3} \cdot i = 6\sqrt{3}i$ !!!

**Primer 2** $x^6 - 729 = 0$

$$x^6 - 729 = 0$$
$$x^6 - 3^6 = 0$$
$$(x^3)^2 - (3^3)^2 = 0 \rightarrow \text{ Razlika kvadrata}$$

$$(x^3+3^3)(x^3+3^3)=0$$
$$(x-3)(x^2+3x+9)(x+3)(x^2-3x+9)=0$$

$x-3=0$ v $x^2+3x+9=0$ v $x+3=0$ v $x^2-3x+9=0$

$x_1=3$ $\quad x_{2,3}=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-36}}{2}$

$$x_{2,3}=\frac{-3\pm\sqrt{-27}}{2}=\frac{-3\pm3\sqrt{3}i}{8}$$

$$x_2=\frac{-3+3\sqrt{3}i}{2} \qquad x_3=\frac{-3-3\sqrt{3}i}{2}$$

$x_4=-3$ $\quad x_{5,6}=\dfrac{3\pm\sqrt{9-36}}{2}$

$$x_5=\frac{3+3\sqrt{3}i}{2} \qquad x_6=\frac{3-3\sqrt{3}i}{2}$$

**<u>PAZI:</u>** $\sqrt{-27}=\sqrt{27}\cdot\sqrt{-1}=\sqrt{9\cdot3}\cdot i=3\sqrt{3}i$

**<u>PIMER 3:</u>** Rešimo jednačinu:

$$5x^3+2=0$$

Rešenje: Sad se ne može upotrebiti formula, pa idemo na smenu:

$x=y\sqrt[n]{\dfrac{B}{A}}$, kako je A=5, B=2, $n=3$

smena je $x=y\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}}$

$$5\cdot\left(y\sqrt[3]{\frac{2}{5}}\right)^3+2=0$$
$$5\cdot y^3\cdot\frac{2}{5}+2=0$$
$$y^3\cdot2+2=0$$
$$2\cdot(y^3+1)=0\Rightarrow y^3+1=0 \text{ (zbir kubova)}$$

$(y+1)(y^2-y-1)=0$ Proiyvod je nula ako je jedan od činilaca nula

$$y+1=0$$
$$y_1=-1$$

ili $y^2 - y - 1 = 0$

$$y_{2,3} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$y_{2,3} = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$y_2 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}$$

$$y_3 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$$

Vratimo se u smenu:

$$x = y\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$$

$$x_1 = -1 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = -\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$$

$$x_2 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}} \quad \text{i} \quad x_3 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{5}}$$

**<u>Primer 4</u>** Rešiti jednačinu

$$11x^4 - 17 = 0$$

<u>Rešenje</u>: I ovde ne možemo lako datu jednačinu rastaviti na činioce; zato upotrebljavamo smenu: $x = y\sqrt[n]{\frac{B}{A}}$

Kako je $n = 4$, $B = 17$, $A = 11$ $\Rightarrow$ $x = y\sqrt[4]{\frac{17}{11}}$

$$11 \cdot \left( y\sqrt[4]{\frac{17}{11}} \right)^4 - 17 = 0$$

$$11 \cdot y^4 \frac{17}{11} - 17 = 0$$

$$11 \cdot y^4 - 17 = 0 \Rightarrow 17(y^4 - 1) = 0 \Rightarrow y^4 - 1 = 0$$

$$(y^2 - 1)(y^2 + 1) = 0$$

$$(y - 1)(y + 1)(y^2 + 1) = 0$$

$y-1=0$ v $y+1=0$ v $y^2+1=0$

$y_1=1$ v $y_2=-1$ v $y^2=-1$

$y_{3,4}=\pm\sqrt{-1}=\pm i$

$y_3=+i$

$y_4=-i$

Vratimo se u smenu $x=y\sqrt[4]{\frac{17}{11}}$

$x_1=1\cdot\sqrt[4]{\frac{17}{11}}=\sqrt[4]{\frac{17}{11}}$; $x_2=-1\sqrt[4]{\frac{17}{11}}=-\sqrt[4]{\frac{17}{11}}$

$x_3=i\sqrt[4]{\frac{17}{11}}$; $x_4=-i\sqrt[4]{\frac{17}{11}}$

## <u>Trinomne jednačine</u>

To su jednačine oblika

$$ax^{2n}+bx^n+c=0$$

gde su $a,b$ i c realni brojevi (različite od nule).
Rešava se smenom $x^n=t\Rightarrow x^{2n}=t^2$. Rešavamo kvadratnu po $t$, pa se vratimo u smenu.

**<u>Primer 1:</u>** Reši jednačinu

$$x^6+7x^3-8=0$$

Rešenje: $(x^3)^2+7x-8=0$ cmena $x^3=t$

$t^2+7t-8=0$

$t_{1,2}=\frac{-7\pm 9}{2}$

$t_1=1$

$t_2=-8$

Vratimo se u smenu:

$x^3=1$

$x^3-1=0$

$(x-1)(x^2+x+1)=0$

$x-1=0$ v $x^2+x+1=0$

Ili

$x^3=-8$

$x^3+8=0$

$x^3+2^3$

$(x+2)(x^2-2x+4)=0$

$x_1 = 1$ $\quad x_{2,3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$x_{2,3} = \dfrac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$

$x + 2 = 0$ v $x^2 - 2x + 4$

$x_4 = -2$

$x_{5,6} = \dfrac{2 \pm \sqrt{-12}}{2}$

$x_{5,6} = \dfrac{2 \pm 2\sqrt{3}i}{2}$

$x_{5,6} = 1 \pm \sqrt{3}i$

**<u>Primer 2:</u>** Rešiti jednačinu:

$$x^8 + 17x^4 + 16 = 0$$

Rešenje: $(x^4)^2 - 17x^4 + 16 = 0$ smena: $x^4 = t$

$x^2 - 17t + 16 = 0$

$t_{1,2} = \dfrac{17 \pm 15}{2}$

$t_1 = 16$

$t_2 = 1$

Vratimo se u smenu:

$x^4 = 16$ ili $x^4 = 1$

$x^4 - 16 = 0$

$x^4 - 2^4 = 0$

$(x^2 - 2^2)(x^2 + 2^2) = 0$

$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$

$x - 2 = 0$ v $x + 2 = 0$ v $x^2 + 4 = 0$

$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$

$x^2 = -4$

$x_{3,4} = \pm\sqrt{-4}$

$x_3 = +2i$

$x_4 = -2i$

$x^4 - 1 = 0$

$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$

$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = 0$

$x - 1 = 0$ v $x + 1 = 0$ v $x^2 + 1 = 0$

$x_5 = 1$, $x_6 = -1$, $x^2 = -1$

$x_{7,8} = \pm\sqrt{-1}$

$x_7 = +i$

$x_8 = -i$

Dakle rešenja su:

$$\{2, -2, 2i, -2i, 1, -1, +i, -i\}$$

## Simetrične (recipročne) jednačine

To su jednačina oblika:

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + ... + cx^2 + bx + a = 0$$

Gde su $a, b, c...$ realni brojevi. Naziv simetrične potiče jer su koificijenti uz $x^{n-k}$ i $x^k$ $(k = 0,1,2...n)$ jednaki.

Drugo ime recipročne su dobile zbog osobina: Ako je $x = \alpha$ jedno rešenje, onda je i $x = \frac{1}{\alpha}$ takodje rečenje date jednačine važe osobina: Ako je najveći stepen dakle $n-$ neparan broj, tada je $x_1 = -1$ jedno rešenje simetrične jednačine!!!

## Postupak rešavanja

- Ako je jednačina neparnog sistema podelimo je sa $(x+1)$ i dobijemo jednačinu parnog sistema
- Celu jednačinu podelimo sa''srednjim'' članom i grupišemo odgovarajuće članove.

- Uzimamo smenu $x + \frac{1}{x} = t$, odavde je ako kvadriramo:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = t^2$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = t^2$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = t^2$$

$$\boxed{x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2 \rightarrow \textbf{ZAPAMTI}}$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^3=t^3$$

$$x^3+2x^2\cdot\frac{1}{x}+3x+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}=t^3$$

ili

$$x^3+3x+3\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}=t^3$$

$$\boxed{x^3+3\left(x+\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{x^3}=t^3}$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=t^3-3t\rightarrow$$ **<u>ZAPAMTI</u>**

itd…

**<u>Primer1:</u>** Rešiti jednačinu:

$$2x^4+3x^3-16x^2+3x+2=0$$

<u>Rešenje:</u> Celu jednačinu delimo sa $x^2$ jer je on srednji član. Dakle

$$\frac{2x^4}{x^2}+\frac{3x^3}{x^2}-\frac{-16x^2}{x^2}+\frac{3x}{x^2}+\frac{2}{x^2}=0$$

$$2x^2+3x-16+3\cdot\frac{1}{x}+2\cdot\frac{1}{x^2}=0$$ grupišemo članove!!!

$$2\left(x^2+\frac{1}{x}\right)+3\left(x+\frac{1}{x}\right)-16=0$$ smena: $x+\frac{1}{x}=t$

$$2(t^2-2)+3t-16=0$$

$$2t^2-4+3t-16=0$$

$$2t^2+3t-20=0$$

$$t_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+160}}{4}=\frac{-3\pm13}{4}$$

$$t_1=-4,\quad t_2=\frac{5}{2}$$

Vratimo se u smenu:

$$x+\frac{1}{x}=-4 \qquad\qquad x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$$

$$x^2+1=-4x \qquad\qquad 2x^2+2=5x$$

$$x^2+4x+1=0 \qquad\qquad 2x^2-5x+2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16-4}}{2} \quad \text{i} \quad x_{3,4}=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}$$

$$x_1=-2+\sqrt{3} \qquad\qquad x_3=2$$

$$x_2=-2-\sqrt{3} \qquad\qquad x_4=\frac{1}{2}$$

Dakle, rešenja su $2$ i $\frac{1}{2}$ i $-2+\sqrt{3}$ i $-2-\sqrt{3}$ i recipročna su!!! Za 2 i $\frac{1}{2}$ je to očigledno, a šta je sa $-2+\sqrt{3}$ i $-2-\sqrt{3}$?

$$\frac{-2+\sqrt{3}}{1}=\frac{-2+\sqrt{3}}{1}\cdot\frac{-2-\sqrt{3}}{-2-\sqrt{3}}=\frac{(-2)^2-\sqrt{3}}{-2-\sqrt{3}}=\frac{1}{-2-\sqrt{3}}$$

Sad vidimo (posle racionalizacije) da su i ona takodje recipročna.

**<u>Primer 2:</u>** Rešiti jednačinu:

$$12x^5+16x^4-37x^3-37x^2+16x+12=0$$

<u>Rešenje</u>:

Ovo je jednačina petog stepena, pa je jedno rešenje $x=-1$, pa ćemo celu jednačinu podeliti sa $(x+1)$

$$(12x^5+16x^4-37x^3-37x^2+16x+12):(x+1)=12x^4+4x^3-41x^2+4x+12$$

Pogledaj deljenje polinoma!!!

Dalje radimo:

$$12x^4+4x^3-41x^2+4x+12=0\,/:x^2$$

$$12x^2+4x-41+4\cdot\frac{1}{x}+12\cdot\frac{1}{x^2}=0$$

$$12\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+4\left(x+\frac{1}{x}\right)-41=0$$

Smena $x+\frac{1}{x}=t \Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$

$$12(t^2-2)+4t-41=0$$

$$12t^2-24+4t-41=0$$

$$12t^2+4t-65=0$$

$$t_{1,2}=\frac{-4\pm 56}{24}$$

$$t_1=\frac{13}{6}$$

$$t_2=-\frac{5}{2}$$

Vratimo se u smenu:

$$x+\frac{1}{x}=\frac{13}{6} \qquad \text{i} \qquad x+\frac{1}{x}=-\frac{5}{2}$$

$$6x^2-13x+6=0 \qquad 2x^2+5x+2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{13\pm 5}{12} \qquad x_{3,4}=\frac{-5\pm 3}{4}$$

$$x_1=\frac{18}{12}=\frac{3}{2} \qquad x_3=-\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{8}{12}=\frac{2}{3} \qquad x_4=-2$$

Dakle: $\left\{\frac{3}{2},\frac{2}{3},-\frac{1}{2},-2,-1\right\}$ su rešenja

Veoma slične simetričnim su KOSOSIMETRIČNE jednačine, one su oblika $ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}+...cx^2-bx-a=0$ tj. koeficijenti uz $x^k$ i $x^{n-k}$ su suprotni koeficijenti

Ako je kososimetrična jednačina neparnog sistema, jedno rešenje je uvek $x_1=1$
Postupak rešavanja je sličan!!!

**<u>Primer 3:</u>**

$$x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 16x^2 + 7x - 1 = 0$$ <u>Kososimetrična</u>

Pošto je njeno rešenje $x_1 = 1$, celu jednačinu delimo sa $(x-1)$

$$(x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 16x^2 + 7x - 1) : (x-1) = x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 1$$

Dobijena jednačina:

$$x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 1 = 0 \text{ je simetrična } / : x^2$$
$$x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 1 = 0$$
$$x^2 - 6x + 10 - 6 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

Dobijena rešenja su $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 2 + \sqrt{3}, x_4 = 2 - \sqrt{3}$ i $x_5 = 1$