

IRACIONALNE NEJEDNAČINE

Kao i jednačine i iracionalne nejednačine se rešavaju upotrebom ekvivalencija. Razlikovaćemo dve situacije:

1) $\sqrt{P(x)} < Q(x)$ je ekvivalentno sa:
 $P(x) > 0 \wedge Q(x) \geq 0 \wedge P(x) < Q^2(x)$

2) $\sqrt{P(x)} > Q(x)$ je ekvivalentno sa:
 $[P(x) \geq 0 \wedge Q(x) < 0] \vee [P(x) > Q^2(x) \wedge Q(x) \geq 0]$

Primer 1: $\sqrt{x+6} < x-6$

Postavljamo ekvivalenciju:

$$\begin{aligned}x+6 > 0 \wedge x-6 \geq 0 \wedge x+6 < (x-6)^2 \\x > -6 \wedge x \geq 6 \wedge x+6 < x^2 - 12x + 36 \\0 < x^2 - 12x + 36 - x - 6 \\0 < x^2 - 13x + 30\end{aligned}$$

$$x^2 - 13x + 30 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 120}}{2} = \frac{13 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 10$$

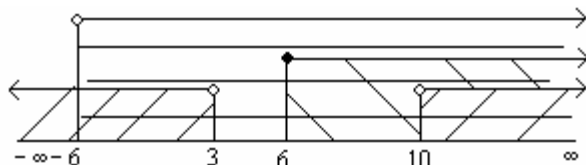
$$x_2 = 3$$

“Kvadratni trinom ima znak broja a (kod nas a=1) svuda osim između nula(rešenja)

Ovde je dakle rešenje: $x \in (-\infty, 3) \cup (10, \infty)$

Kad rešimo sve tri nejednačine ‘upakujemo rešenje’:

Konačno je:

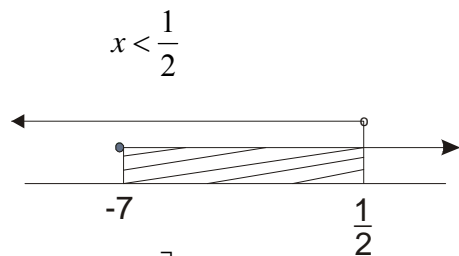


Presek sva tri rešenja je: $x \in (10, \infty)$

Primer 2: $\sqrt{x+7} > 2x-1$

Postavljamo ekvivalenciju:

$$\begin{aligned} [x+7 \geq 0 \wedge 2x-1 < 0] \\ x \geq -7 \wedge 2x < 1 \end{aligned}$$



$$\left[x \geq -7 \wedge x < \frac{1}{2} \right] \quad x \in \left[-7, \frac{1}{2} \right)$$

∨

$$[x+7 > (2x-1)^2 \wedge 2x-1 \geq 0]$$

$$x+7 > 4x^2 - 4x + 1 \quad \wedge x \geq \frac{1}{2}$$

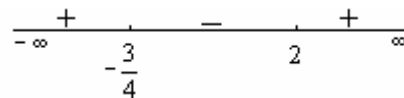
$$4x^2 - 4x + 1 - x - 7 < 0$$

$$4x^2 - 5x - 6 < 0$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 11}{8}$$

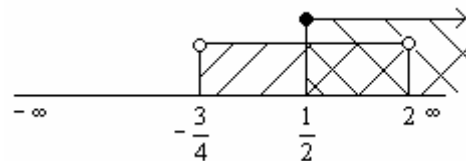
$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$



$$x \in \left(-\frac{3}{4}, 2 \right)$$

$$\left[x \in \left(-\frac{3}{4}, 2 \right) \wedge x \geq \frac{1}{2} \right]$$



$$x \in \left[\frac{1}{2}, 2 \right)$$

Konačno rešenje je:

$$x \in \left[-7, \frac{1}{2} \right) \cup \left[\frac{1}{2}, 2 \right)$$

$$x \in [-7, 2)$$