

EKSPONENCIJALNE FUNKCIJE, JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

Funkcija zadata formulom:

$$y = a^x. \quad a \in R, a > 0, a \neq 1$$

se naziva eksponencijalna funkcija.

→ Funkcija $y = a^x$ je svuda definisana $\forall x \in R$

→ Za $x=0$ je $y = a^0 = 1$ pa funkcija prolazi kroz tačku $(0,1)$, tj. tu seče y-osu.

→ Ako je $a > 0$ funkcija je rastuća

→ Ako je $0 < a < 1$ funkcija je opadajuća

→ Funkcija $y = a^x$ je uvek pozitivna, tj. grafik je iznad x-ose

→ Važe osnovna svojstva stepena:

Za nju:

$$a^{x+y} = a^x \cdot a^y$$

$$a^{x+y} = \frac{a^x}{a^y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

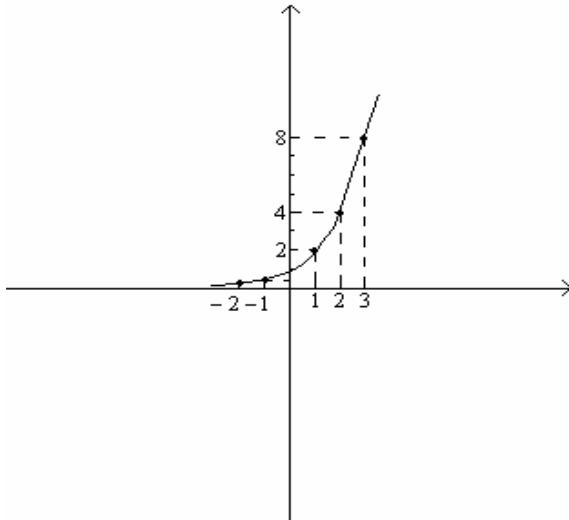
$$(a \cdot b)^x = a^x b^x$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

gde su $a > 0, b > 0, x, y \in R$

Rešenje: Iskoristićemo tablicu vrednosti uzećemo proizvoljne x-seve i naći vrednost za y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



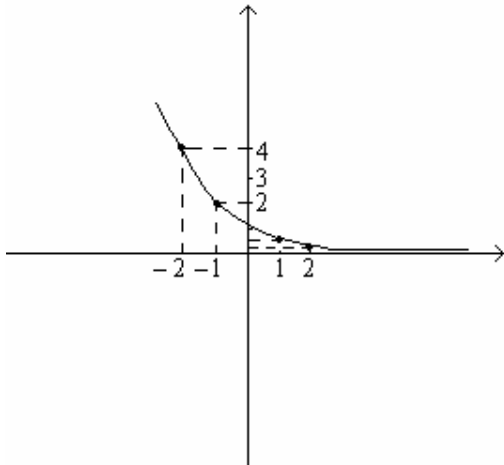
- Funkcija je definisana za $(\forall x \in R)$
- Y-osu seče u $(0,1)$
- Pošto je $a = 2 > 0 \Rightarrow$ rastuća je
- Uvek je pozitivna, tj. $y > 0 (\forall x \in R)$

Primer 2: Nacrtaj grafik funkcije

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{tj.} \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = 2^{-x}$$

Rešenje:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



- Funkcija je definisana za $(\forall x \in R)$
- Y-osu seče u $(0,1)$
- Pošto je $a = \frac{1}{2} < 0 \Rightarrow$ opadajuća je
- Uvek je pozitivna, $y > 0$ za $(\forall x \in R)$

Primer 3: Nacrtaj grafik funkcije

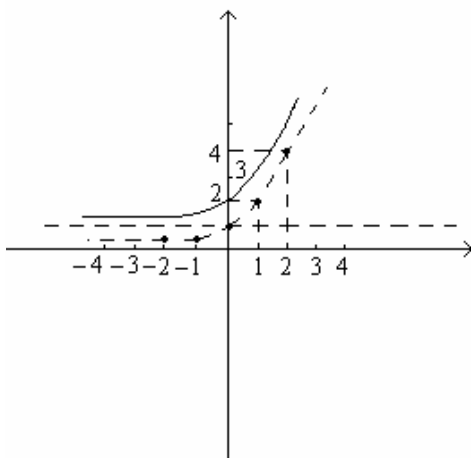
$$y = 2^x + 1$$

I ovde možemo napraviti tablicu vrednosti:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	3	5	9

Ali je lakše da razmišljamo ovako:

Nacrtamo grafik $y = 2^x$ pa ga za 1 "podignemo" po y-osu (vidi kvadratnu funkciju, slična translacija je i tamo radjena)



Eksponecijalne jednačine

Pošto je eksponencijalna funkcija bijektivno preslikavanje ("1-1" i "na") možemo upotrebljavati:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

Ovo znači da kada na obe strane napravimo iste osnove, osnove kao ‘skratimo’ i uporedjujemo eksponente.

Evo nekoliko primera:

1) Reši jednačine

a) $4^x = 2^{\frac{x+1}{x}}$

b) $8^{x+1} = 16 \cdot 2^{x-2}$

v) $16^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{x}{2}}$

g) $16 \cdot 2^{5x+2} = 2^{x^2}$

d) $9^{-3x} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x+3}$

dj) $(x^2 + 1)^{2x-3} = 1$

e) $9^{x^2-3x+5} = 3^6$

Rešenja:

a) $4^x = 2^{\frac{x+1}{x}}$

$$(2^2)^x = 2^{\frac{x+1}{x}}$$

$$2^{2x} = 2^{\frac{x+1}{x}}$$

\Leftrightarrow

$$2x = \frac{x+1}{x}$$

$$2x^2 = x+1$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}$$

Kad napravimo iste osnove njih ‘skratimo’!

Rešenja su $x_1 = 1$ i $x_2 = -\frac{1}{2}$

b) $8^{x+1} = 16 \cdot 2^{x-2}$

$$(2^3)^{x+1} = 2^4 \cdot 2^{x-2}$$

$$2^{3x+3} = 2^{4+x-2}$$

$$2^{3x+3} = 2^{x+2}$$

$$3x+3 = x+2$$

$$3x-x = 2-3$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

v) $16^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{x}{2}}$ $\frac{4}{x} = x$

$$(2^4)^{\frac{1}{x}} = (2^2)^{\frac{x}{2}} \quad x^2 = 4$$

$$2^{4 \cdot \frac{1}{x}} = 2^{2 \cdot \frac{x}{2}} \quad x = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = 2$$

$$2^{\frac{4}{x}} = 2^x \quad x_2 = -2$$

g) $16 \cdot 2^{5x+2} = 2^{x^2}$ $x^2 = 5x+6$

$$2^4 \cdot 2^{5x+2} = 2^{x^2} \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$2^{4+5x+2} = 2^{x^2} \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$2^{5x+6} = 2^{x^2} \quad x_1 = 3$$

$$x_2 = 2$$

d) $9^{-3x} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x+3}$

$$(3^2)^{-3x} = (3^{-3})^{x+3}$$

$$3^{-6x} = 3^{-3x-9}$$

Pazi: $\frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$

$$-6x = -3x-9$$

$$-6x+3x = -9$$

$$-3x = -9$$

$$x = 3$$

d) $(x^2 + 1)^{2x-3} = 1$

Pošto znamo da je $a^0 = 1$, jedno rešenje će nam dati

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Drugo rešenje će biti ako je

$$x^2 + 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

jer važi $a^{f(x)} = b^{f(x)} \Leftrightarrow a = b$

tj. $(x^2 + 1)^{2x-3} = 1^{2x-3}$

pa je $x^2 + 1 = 1$

e) $9^{x^2-3x+5} = 3^6$

$$2x^2 - 6x + 10 = 6$$

$$(3^2)^{x^2-3x+5} = 3^6$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0 / : 2$$

$$3^{2x^2-6x+10} = 3^6$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 1$$

2) Rešiti jednačine:

a) $2^{x+3} - 7 \cdot 2^x - 16 = 0$

b) $3^{x-1} - 4 \cdot 3^x + 33 = 0$

v) $2 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 450$

g) $2^{3x-2} - 2^{3x-3} - 2^{3x-4} = 4$

d) $2^{x-1} - 2^{x-3} = 3^{x-2} - 3^{x-3}$

Rešenja:

Ovde ćemo koristiti pravila za stepene:

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

a) $2^{x+3} - 7 \cdot 2^x - 16 = 0$

$$2^x \cdot 2^3 - 7 \cdot 2^x - 16 = 0 \rightarrow \text{Najbolje da uzmemo smenu } 2^x = t$$

$$t \cdot 8 - 7 \cdot t - 16 = 0$$

$$8t - 7t = 16$$

$$t = 16 \rightarrow \text{Vratimo se u smenu}$$

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4$$

$$x = 4$$

b) $3^{x-1} - 4 \cdot 3^x + 33 = 0$

$$\frac{3^x}{3} - 4 \cdot 3^x + 33 = 0 \rightarrow \text{Smena } 3^x = t$$

$$\frac{t}{3} - 4t + 33 = 0 \rightarrow \text{Pomnožimo sve sa 3}$$

$$t - 12t + 99 = 0$$

$$-11t = -99$$

$$t = 9$$

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2$$

v) $2 \cdot 3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 450$

$$2 \cdot 3^x \cdot 3^1 - 4 \frac{3^x}{3^2} = 450 \rightarrow \text{Smena } 3^x = t$$

$$6 \cdot t - 4 \frac{t}{9} = 450$$

$$6t - \frac{4t}{9} = 450 \rightarrow \text{Pomnožimo sve sa 9}$$

$$54t - 4t = 4050$$

$$50t = 4050$$

$$t = \frac{4050}{50}$$

$$t = 81$$

$$3^x = 81 \rightarrow \text{pazi } 81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$$

$$3^x = 3^4$$

$$x = 4$$

g) $2^{3x-2} - 2^{3x-3} - 2^{3x-4} = 4$

$$\frac{2^{3x}}{2^2} - \frac{2^{3x}}{2^3} - \frac{2^{3x}}{2^4} = 16 \rightarrow \text{smena } 2^{3x} = t$$

$$\frac{t}{4} - \frac{t}{8} - \frac{t}{16} = 16 \rightarrow \text{sve pomnožimo sa 16}$$

$$4t - 2t - t = 256$$

$$t = 256$$

$$2^{3x} = 2^8$$

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3}$$

d) $2^{x-1} - 2^{x-3} = 3^{x-2} - 3^{x-3}$

$$\frac{2^x}{2} - \frac{2^x}{2^3} = \frac{3^x}{3^2} - \frac{3^x}{3^3}$$

$$\frac{2^x}{2} - \frac{2^x}{8} = \frac{3^x}{9} - \frac{3^x}{27} \rightarrow \text{zajednički za levu stranu je 8 a za desnu 27}$$

$$\frac{4 \cdot 2^x - 2^x}{8} = \frac{3 \cdot 3^x - 3^x}{27}$$

$$\frac{3 \cdot 2^x}{8} = \frac{2 \cdot 3^x}{27} \rightarrow \text{Pomnožimo unakrsno}$$

$$3 \cdot 2^x \cdot 27 = 2 \cdot 3^x \cdot 8$$

$$2^x \cdot 81 = 3^x \cdot 16 / \text{podelimo sa } 3^x \text{ I sa } 81$$

$$\frac{2^x}{3^x} = \frac{16}{81}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$x = 4$$

A mogli smo da razmišljamo i ovako:

$$2^x \cdot 81 = 3^x \cdot 16$$

$$2^x \cdot 3^4 = 3^x \cdot 2^4$$

Očigledno je $x = 4$

3) Reši jednačine:

a) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \rightarrow$ Pošto je $4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$ uzećemo smenu $2^x = t$ pa će onda biti

$$t^2 - 5t + 4 = 0 \quad 4^x = t^2$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = 1$$

Vratimo se sad u smenu:

$$2^x = 4$$

$$2^x = 2^2 \quad \text{ili} \quad 2^x = 1$$

$$x = 2 \quad x = 0$$

b) $16^x - 4^x - 2 = 0 \rightarrow$ smena je $4^x = t$ pa je $16^x = 4^{2x} = t^2$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = -1$$

$$4^x = 2$$

$$2^{2x} = 2^1$$

$$2x = 1 \quad \text{ili} \quad 4^x = 1 \quad \text{ovde nema rešenja jer je } y = a^x \text{ uvek pozitivna!!!}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$v) 5^x - 5^{3-x} = 20$$

$$5^x - \frac{5^3}{5^x} = 20 \rightarrow \text{smena } 5^x = t$$

$$t - \frac{125}{t} = 20 \rightarrow \text{celu jednačinu pomnožimo sa } t$$

$$t^2 - 125 = 20t$$

$$t^2 - 20t - 125 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{20 \pm 30}{2}$$

$$t_1 = 25$$

$$t_2 = -5$$

Pa je $5^x = 25$ ili $5^x = -5$ Nema rešenja

$$5^x = 5^2$$

$$x = 2$$

$$g) 5^{2x-3} = 2 \cdot 5^{x-2} + 3$$

$$\frac{5^{2x}}{5^3} = 2 \cdot \frac{5^x}{5^2} + 3 \rightarrow \text{smena } 5^x = t$$

$$\frac{t^2}{125} = \frac{2t}{25} + 3 \rightarrow \text{sve pomnožimo sa } 125$$

$$t^2 = 10t + 375$$

$$t^2 - 10t - 375 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{10 \pm 40}{2}$$

$$t_1 = 25$$

$$t_2 = -15$$

Vratimo se u smenu:

$$5^x = 25$$

$$5^x = 5^2 \quad \text{ili} \quad 5^x = -15 \quad \text{nema rešenja} \quad 5^x > 0$$

$$x = 2$$

d) $(11^x - 11)^2 = 11^x + 99 \rightarrow$ Ovde ćemo odmah uzeti smenu $11^x = t$

$$(t - 11)^2 = t + 99$$

$$t^2 - 22t + 121 - t - 99 = 0$$

$$t^2 - 23t + 22 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{23 \pm 21}{2}$$

$$t_1 = 22$$

$$t_2 = 1$$

Vratimo se u smenu:

$$11^x = 22 \quad \text{ili} \quad 11^x = 1$$

$$x = \log_{11} 22 \quad \text{ili} \quad x = 0$$

4) Rešiti jednačine:

a) $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$

b) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6$

v) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$

Rešenja

a) Najpre odredimo oblast definisanosti, pošto je u zadatku data korena funkcija, to je $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$

Uzećemo smenu $2^{\sqrt{x-2}} = t \Rightarrow 4^{\sqrt{x-2}} = t^2$

$$t^2 + 16 = 10t$$

$$t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{2}$$

$$t_1 = 8$$

$$t_2 = 2$$

Vratimo se u smenu

$$2^{\sqrt{x-2}} = 8$$

ili

$$2^{\sqrt{x-2}} = 2$$

$$2^{\sqrt{x-2}} = 2^3$$

$$\sqrt{x-2} = 1$$

$$\sqrt{x-2} = 3 \rightarrow \text{kvadriramo}$$

$$x-2 = 1$$

$$x-2 = 9$$

$$x = 3$$

$$x = 11$$

Kako za oba rešenja važi $x \geq 2$ to su oba rešenja "dobra"

$$\text{b) } 4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6$$

$$(2^2)^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}-1} = 6$$

$$2^{2x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot \frac{2^{x+\sqrt{x^2-2}}}{2^1} = 6$$

$$\text{Smena } x + \sqrt{x^2-2} = t$$

$$t^2 - \frac{5t}{2} = 6 \text{ pomnožimo sa 2}$$

$$2t^2 - 5t - 12 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{5 \pm 11}{4}$$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

Vratimo se u smenu:

$$2^{x+\sqrt{x^2-2}} = 4$$

$$2^{x+\sqrt{x^2-2}} = 2^2$$

$$x + \sqrt{x^2 - 2} = 2$$

$$\sqrt{x^2 - 2} = 2 - x \rightarrow \text{uslovi } 2 - x \geq 0 \text{ i } x^2 - 2 \geq 0 \quad -x \geq -2 \quad x \leq 2$$

$$x^2 - 2 = (2 - x)^2 \quad x \in (-\infty, -\sqrt{-2}) \cup (\sqrt{-2}, \infty)$$

$$x^2 - 2 = 4 - 4x + x^2$$

$$4x = 4 + 2$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$x = 1,5 \rightarrow$ Zadovoljava uslove

$$\text{b) } \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$$

pogledajmo prvo jednu stvar:

$$2 - \sqrt{3} = \frac{2 - \sqrt{3}}{1} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2^2 - \sqrt{3}^2}{2 + \sqrt{3}} = \frac{4 - 3}{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

Dakle, zadatak možemo zapisati i ovako:

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}^x} = 4$$

$$\text{smena } \sqrt{2+\sqrt{3}}^x = t$$

$$t + \frac{1}{t} = 4 \rightarrow \text{pomnožimo sve sa } t$$

$$t^2 + 1 = 4t$$

$$t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{3}}{2} = \frac{2(2 \pm \sqrt{3})}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$t_1 = 2 + \sqrt{3}$$

$$t_2 = 2 - \sqrt{3}$$

Vratimo se u smenu:

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}^x = t, \text{ dakle}$$

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}^x = 2 + \sqrt{3} \quad \text{ili} \quad \sqrt{2+\sqrt{3}}^x = 2 - \sqrt{3}$$

Kako važi $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ tj. $\sqrt[2]{a^x} = a^{\frac{x}{2}}$

$$\begin{aligned} (2 + \sqrt{3})^{\frac{x}{2}} &= (2 + \sqrt{3})^1 & (2 + \sqrt{3})^{\frac{x}{2}} &= \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \\ \frac{x}{2} &= 1 & (2 + \sqrt{3})^{\frac{x}{2}} &= (2 + \sqrt{3})^{-1} \\ x &= 2 & \frac{x}{2} &= -1 \\ & & x &= -2 \end{aligned}$$

5) Reši jednačine:

a) $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0$

b) $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$

a) $20^x - 6 \cdot 5^x + 10^x = 0 \rightarrow$ iskoristićemo da je $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$$(5 \cdot 4)^x - 6 \cdot 5^x + (5 \cdot 2)^x = 0$$

$$5^x \cdot 4^x - 6 \cdot 5^x + 5^x \cdot 2^x = 0 \rightarrow \text{izvicimo } 5^x \text{ kao zajednički!!!}$$

$$5^x(4^x - 6 + 2^x) = 0$$

$$5^x = 0 \quad \vee \quad 4^x + 2^x - 6 = 0$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = 2$$

$$t_2 = -3$$

pa je $\begin{matrix} 2^x = 2 \\ x = 1 \end{matrix} \vee 2^x = -3$ nema rešenja

b) $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$

$$6 \cdot 3^{2x} - 13 \cdot 3^x \cdot 2^x + 6 \cdot 2^{2x} = 0 \rightarrow \text{celu jednačinu podelimo sa } 2^{2x}$$

$$6 \cdot \frac{3^{2x}}{2^{2x}} - 13 \cdot \frac{3^x}{2^x} + 6 = 0$$

$$6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 6 = 0$$

Smena: $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$

$$6t^2 - 13t + 6 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{13 \pm 5}{12}$$

$$t_1 = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

$$t_2 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \quad \text{ili} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3}$$

$$x = 1 \quad \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$$

$$x = -1$$

6) Grafički rešiti sledeće jednačine

a) $2^x - 5 + \frac{x}{2} = 0$ b) $3^x - \frac{x}{2} - 8 = 0$

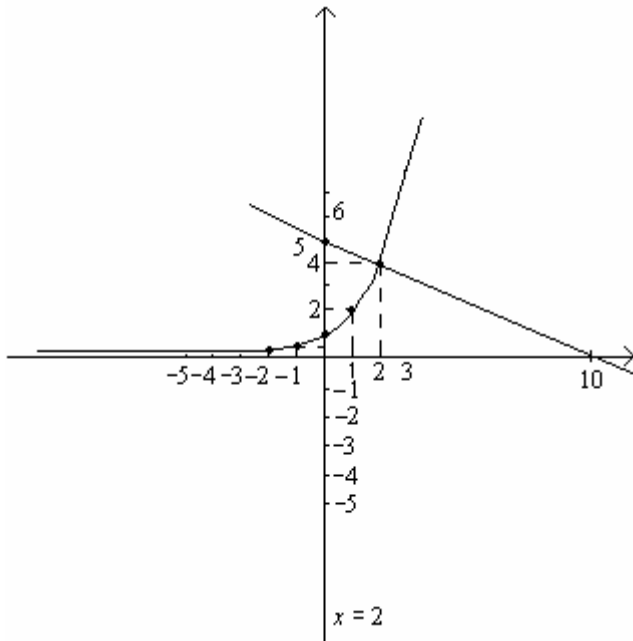
a) Najpre ćemo razdvojiti funkcije, eksponencijalnu na levu a ostalo na desnu stranu:

$$2^x = 5 - \frac{x}{2}$$

Nacrtaćemo funkcije $y = 2^x$ i $y = -\frac{x}{2} + 5$ i njihov presek će nam dati rešenje.

$y = 2^x$							
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

$y = -\frac{x}{2} + 5$			
X	0	10	2
Y	5	0	4



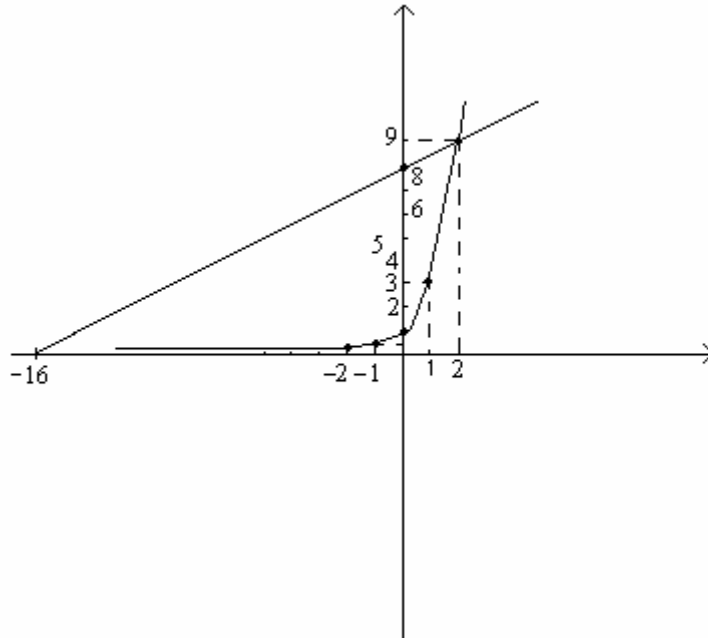
Rešenje je $x = 2$

$$b) 3^x - \frac{x}{2} - 8 = 0$$

$$3^x = \frac{x}{2} + 8$$

		$y = 3^x$						
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	
y	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27	

		$y = \frac{x}{2} + 8$		
X	0	10	2	
Y	8	0	9	



Dakle, rešenje je $x = 2$. Da li ovde ima još jedno rešenje? DA, Ali njega teško možemo naći baš precizno....(naučićemo kasnije i to)

Eksponencijalne nejednačine

Na osnovu monotonosti (rašćenje i opadanje) za eksponencijalne funkcije važi:

- 1) za $a > 1$ je $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$
- 2) za $0 < a < 1$ je $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

Znači, kad je osnova veća od jedan znak nejednakosti prepisujemo, a ako je osnova između 0 i 1 znak se okreće.

Primeri:

1. Rešiti nejednačine:

- a) $5^{-7x+3} > 5^{-3}$
- b) $0,35^{x-1} < 0,35^{2x+2}$
- c) $2^{x^2-3} > 2$
- d) $2^x < 7^x$

a) $5^{-7x+3} > 5^{-3} \rightarrow$ pošto je osnova $5 > 1$ znak prepisujemo!!!

$$-7x+3 > -3$$

$$7x > -3-3$$

$$7x > -6$$

$$x > -\frac{6}{7}$$

b) $0,35^{x-1} < 0,35^{2x+2} \rightarrow$ pazi osnova je $0,3$ a $0 < 0,3 < 1$, pa okrećemo znak!!!

$$x-1 > 2x+2$$

$$x-2x > 2+1$$

$$-x > 3$$

$$x < -3$$

v) $2^{x^2-3} > 2$

$$2^{x^2-3} > 2^1$$

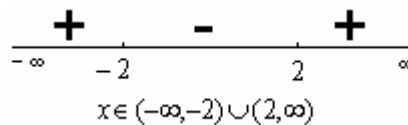
$$x^2-3 > 1$$

$$x^2-4 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-0 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$



g) $2^x < 7^x$

$$\frac{2^x}{7^x} < 1$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^x < 1$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^x < \left(\frac{2}{7}\right)^0 \rightarrow$$
 pošto je osnova između 0 i 1 znak se okreće

$$x > 0$$

2) Rešiti nejednačine:

a) $5^{2x+1} > 5^x + 4$

b) $25^x < 6 \cdot 5^x - 5$

v) $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} > 3^x - 9$

a) $5^{2x+1} > 5^x + 4$

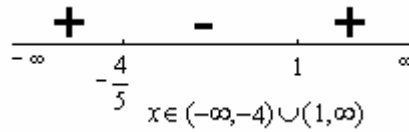
$5^{2x} \cdot 5^1 - 5^x - 4 > 0 \rightarrow$ smena $5^x = t$

$t^2 \cdot 5 - t - 4 > 0$

$t_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{10}$

$t_1 = 1$

$t_2 = -\frac{4}{5}$



vratimo se u smenu:

$5^x = -\frac{4}{5}$ ili $5^x = 1$

nema rešenja

$5^x = 1$

$x = 0 \rightarrow x \in (0, \infty)$

sad se interval $t \in (1, \infty)$ transformiše u $x \in (0, \infty)$

b) $25^x < 6 \cdot 5^x - 5$

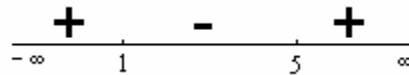
$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 < 0 \rightarrow$ smena $5^x = 5$

$t^2 - 6t + 5 < 0$

$t_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2}$

$t_1 = 5$

$t_2 = 1$



Znači $t \in (1, 5)$, vratimo se u smenu

$5^x = 1$ ili $5^x = 1$

$x = 0$ ili $x = 1$

Tako da je sada konačno rešenje $x \in (0, 1)$

v) $\sqrt{9^x - 3^x} \cdot 3^2 > 3^x - 9$

$\sqrt{3^{2x} - 3^x} \cdot 9 > 3^x - 9 \rightarrow$ smena $3^x = t$

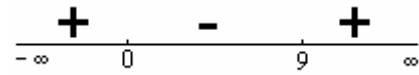
$\sqrt{t^2 - 9t} > t - 9$ (vidi iracionalne nejednačine)

$$[t^2 - 9t \geq 0 \wedge t - 9 < 0]$$

$$t_{1,2} = \frac{9 \pm 9}{2}$$

$$t_1 = 0 \quad t < 9$$

$$t_2 = 9$$



$$t \in (-\infty, 0] \cup [9, \infty)$$

Ova dva uslova daju

$$t \in (-\infty, 0]$$

ovaj interval "ne radi" jer je

$$3^x = t$$

∨

$$[t^2 - 9t \geq (t-9)^2 \wedge t-9 \geq 0]$$

$$t^2 - 9t > t^2 - 18t + 81$$

$$-9t + 18t > 81$$

$$9t > 81$$

$$t > 9$$

Znači $t > 9$

$$3^x > 9$$

$$3^x > 3^2$$

$$x > 2$$

Konačno rešenje

$$t \geq 9$$